

# L'EVALUATION DE LA RESOLUTION DE PROBLEMES SUR SUPPORT INFORMATISE : PROCESSUS DE CATEGORISATION AUTOMATISEE DES PROCEDURES DES ELEVES

Géraldine Hoffer, Isaline Ruf

Institut de recherche et de documentation pédagogique (IRDP)

Cet article traite d'une expérimentation entreprise par l'IRDP dans le cadre des travaux menés pour le projet *EpRoCom-Banque d'items*. Il s'agit d'évaluer les compétences des élèves en résolution de problèmes mathématiques par le biais d'un support informatisé, à des fins diagnostiques. Nous présentons comment nous avons traité les données d'un problème testé sur tablette et déterminé des indicateurs pour les différentes procédures identifiées, en vue d'une catégorisation automatisée.

Mots clés : évaluation de compétences, support numérique, résolution de problèmes mathématiques, élèves de 8H

## INTRODUCTION

Depuis 2021, des exemples de tâches évaluatives de résolution de problèmes mathématiques destinés à des élèves de 8H (élèves âgés de 11-12 ans) sont mis à disposition des enseignantes et enseignants romands via le site [Pistes pour l'évaluation<sup>1</sup>](#) (*PistEval*), dans le but de les soutenir dans cette tâche (qu'il s'agisse d'une évaluation diagnostique, formative ou certificative). Ces pages Internet sont l'une des concrétisations d'un projet plus large mené en Suisse romande par l'Institut de Recherche et de Documentation Pédagogique (IRDP), à savoir le projet *EpRoCom-Banque d'items*. Ce projet découle de la Convention scolaire romande (CSR) de 2007<sup>2</sup> qui visait, au départ, la création d'épreuves romandes communes dans le but de vérifier l'atteinte des objectifs du Plan d'études romand (PER) par les élèves de la partie francophone de la Suisse. En 2015, il a toutefois été réorienté par l'Assemblée plénière de la Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP) vers le développement d'une *Banque romande d'items* (ci-après *Banque*) dans laquelle sont stockées des tâches évaluatives, dont une partie alimente les *PistEval*.

Avant d'intégrer la *Banque*, les problèmes évaluatifs de mathématiques, issus d'épreuves externes de différents cantons romands, sont soumis à un processus de validation afin d'en garantir la qualité et l'adéquation intercantonale. Ces tâches sont notamment éprouvées auprès d'élèves de fin de 8H de l'ensemble de la Romandie à l'occasion de tests pilotes. Celui réalisé au printemps 2023 comprenait, outre une passation papier-crayon, une partie exploratoire qui consistait à proposer aux élèves cinq problèmes sur tablette. L'objectif était d'une part d'expérimenter si le support informatisé se prête à l'évaluation de tâches de résolution de problèmes et d'autre part d'en tester certaines fonctionnalités et potentialités. Contrairement au format papier-crayon, le numérique présente notamment l'avantage de pouvoir recueillir l'ensemble des actions<sup>3</sup> réalisées par les élèves. Les *data process*, au service de l'analyse des résultats (Greiff,

---

<sup>1</sup> Ce site est accessible au moyen d'un identifiant par le biais de la plateforme PER-MER.

<sup>2</sup> CSR, article 15 :

<sup>1</sup> La CIIP organise des épreuves romandes communes à l'Espace romand de la formation, en vue de vérifier l'atteinte des objectifs du plan d'études.

<sup>3</sup> Une action correspond à toute interaction de l'élève avec le support : lancement de l'écoute de l'énoncé, calculs réalisés et/ou effacés, éléments (dé)sélectionnés, etc.

Wüstenberg & Avvisati, 2015 ; Wyatt-Smith, Lingard & Heck, 2019), s'avèrent dès lors d'une grande richesse. Ces possibilités offertes par l'outil numérique sont donc particulièrement intéressantes dans la mesure où, en résolution de problèmes, la seule réponse fournie par l'élève est insuffisante pour renseigner son niveau de maîtrise de compétences.

Dans cet article, nous présentons l'expérimentation menée lors du test pilote de 2023, en nous appuyant sur l'exemple d'un problème mathématique testé sur support numérique. Nous commençons par expliciter nos choix quant au type de tâches retenues pour une mise à l'épreuve sur tablette. Nous décrivons ensuite le problème intitulé *Taxi*, ainsi que la méthodologie utilisée. Nous détaillons en particulier les étapes poursuivies pour analyser les productions des élèves à partir de leurs actions enregistrées par l'outil numérique, en spécifiant les procédures répertoriées ainsi que les indicateurs déterminés pour chacune d'elles dans une visée de catégorisation automatisée. Enfin, nous rendons compte des résultats obtenus.

## DU SUPPORT PAPIER-CRAYON AU SUPPORT INFORMATISÉ

Évaluer des élèves sur support informatisé n'est pas un processus nouveau (Marc, Wirthner & Uldry, 2013 ; Salles, Dos Santos & Kespaik, 2020 ; Wyatt-Smith, Lingard & Heck, 2019) et présente plusieurs avantages. Différentes études en ont mis certains en évidence, comme celle de Blumenthal et Blumenthal (2020). Ces auteurs ont souligné plusieurs bénéfices du support numérique lors d'évaluations réalisées en contexte de classe. Ce support apporte par exemple un gain de temps considérable pour l'enseignant·e en termes de récolte, de correction et de restitution des données, ce processus pouvant être automatisé grâce à des algorithmes. Ils ont également mis en évidence la meilleure motivation des élèves face au support numérique, en comparaison avec celui papier-crayon, ainsi que l'impression, pour l'élève, que la tâche est plus facile lorsqu'elle est réalisée à l'aide d'une tablette. La possibilité de concevoir des évaluations adaptatives, différenciées, avec des retours (feedbacks ou rétroactions) personnalisés et des tâches s'adaptant au niveau de maîtrise des compétences de chaque élève est également un avantage de ce type de support (Hakem, Sander & Labat, 2005 ; Jean-Daubias, 2002). En outre, dans un contexte de plus en plus connecté et suite à l'inscription de l'Éducation Numérique dans le PER depuis 2021, l'exploitation d'autres modes d'évaluation dans les classes romandes semble incontournable. D'ailleurs, le référentiel de compétences pour la formation initiale et continue des enseignant·es dans le domaine de l'éducation numérique, publié en 2021 par la CIIP, évoque l'évaluation sur support numérique :

En utilisant les technologies numériques dans l'enseignement et l'apprentissage, il est important de connaître leur potentiel pour améliorer les stratégies d'évaluation existantes, mais également pour créer ou encourager des approches innovantes en matière d'évaluation. [...] Par ailleurs, l'utilisation des technologies numériques dans l'éducation, que ce soit à des fins d'évaluation, d'apprentissage, d'administration ou autres, conduit à la récolte d'un large éventail de données, notamment sur le comportement d'apprentissage de chaque apprenant·e. L'analyse et l'interprétation de ces données ainsi que leur utilisation dans la prise de décision deviennent de plus en plus importantes et complètent l'analyse des données conventionnelles sur l'apprentissage. (CIIP, 2021, p. 5)

Toutefois, à l'heure actuelle, les élèves ont encore l'habitude d'être évalués dans un environnement de type papier-crayon. Placer les élèves en situation d'évaluation sur un format informatisé présente des changements importants et il est donc important de minimiser autant que possible les impacts générés par l'interface numérique. En effet, malgré toute l'attention portée au transfert de support, les deux environnements ne sont jamais parfaitement identiques. Le passage d'un environnement papier-crayon à un environnement informatisé a été beaucoup étudié ces dernières années, mais les différentes recherches publiées à ce sujet n'arrivent pas à un consensus clair en ce qui concerne l'influence du type de support sur les performances des élèves (Bessonneau, Arzoumanian & Pastor, 2015 ; Blumenthal & Blumenthal, 2020 ; Grapin & Sayac, 2022). Si certaines études ont montré que les élèves réussissent mieux une tâche donnée sur support papier-crayon, d'autres ont observé un meilleur taux de réussite sur support informatisé. Cependant, il semble se dessiner l'idée que les performances des élèves seraient liées aux caractéristiques intrinsèques de la tâche plutôt qu'au type de support sur lequel elle est réalisée.

De nombreuses applications ont été développées pour entraîner les élèves en mathématiques sur support numérique. Ces logiciels proposent généralement des tâches d'application, pour lesquelles seule la réponse (correcte/incorrecte) est prise en compte. Dans notre expérimentation, nous avons choisi de soumettre aux élèves des activités de résolution de problèmes. Est entendu par résolution de problèmes une tâche pour laquelle l'élève ne dispose pas d'une procédure automatisée, connue d'emblée, au regard de son âge et des apprentissages réalisés et qui nécessite de convoquer de manière autonome puis d'utiliser adéquatement un ou plusieurs outils mathématiques (Monaghan, Pool, Roper & Threlfall, 2009 ; Newell & Simon, 1972 ; Schoenfeld, 1985). La sélection des problèmes, initialement destinés à un usage papier-crayon et transposés sur support informatisé, a été opérée avec soin, toute tâche n'étant pas adaptée au format numérique. Au regard des contraintes liées aux fonctionnalités disponibles, les problèmes nécessitant le recours à un dessin ou à la qualification de résultats intermédiaires (car comportant plusieurs étapes dans leur résolution) ont par exemple été écartés. Par ailleurs, toute tâche n'est pas forcément plus pertinente une fois informatisée et le recours au numérique doit représenter une véritable plus-value : les informations récoltées pour les tâches retenues devaient ainsi se révéler plus riches qu'en format papier-crayon pour que la transposition numérique présente un réel intérêt. À titre d'illustration, les tâches avec calculatrice intégrée permettent de garder trace de l'ensemble des calculs effectués par l'élève, calculs qu'il ou elle n'aurait pas forcément transcrits si la tâche avait été proposée en format papier-crayon.

Si le support informatisé offre de nombreux avantages, des limites sont également à signaler, à l'image de l'impossibilité pour l'élève de schématiser la situation, étant donné que l'application développée ne permettait pas de le faire et qu'aucune feuille de brouillon ou autre support n'était à disposition pour résoudre les tâches<sup>4</sup>. D'autres limites peuvent également être relevées, comme les contraintes quant au format des tâches, ainsi que la guidance quant à la procédure pouvant être mise en œuvre à l'aide de ce support. En effet, des restrictions techniques liées au choix des outils numériques développés pour le test pilote de 2023 empêchent certaines procédures lorsque les tâches sont informatisées. La réalisation d'un arbre de classement en est un exemple. Se pose alors la question du statut de la tâche lorsque l'environnement numérique prend (trop) en charge une partie du cadrage : jusqu'où s'agit-il toujours d'une résolution de problèmes dans la mesure où une partie de la mobilisation des outils n'est plus à la charge de l'élève ? Lors de la sélection des tâches, nous avons été particulièrement attentives à ce que la transposition de la tâche sur support numérique ne la dénature pas de son statut de résolution de problèmes, quand bien même ce support ne permet pas la mise en œuvre de toutes les procédures pouvant être restituées en format papier-crayon. Au final, ce sont cinq tâches de résolution de problèmes qui ont été expérimentées lors du test pilote de 2023.

## EXPÉRIMENTATION DE L'ÉVALUATION DE LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES SUR SUPPORT INFORMATISÉ

Les cinq problèmes de mathématiques transférés sur tablette ont été soumis à plus de 1000 élèves romands, répartis dans 56 classes (8 par cantons). Comme l'utilisation de fonctionnalités intégrées, basiques mais potentiellement non connues des élèves, était nécessaire pour résoudre les problèmes, le test informatisé débutait par une courte prise en main de l'outil numérique. Cette partie introductive permettait aux élèves de se familiariser avec ces fonctionnalités, par exemple effectuer un calcul sur une calculatrice intégrée. Elle visait également à s'assurer de la bonne maîtrise de ces fonctionnalités par les élèves. L'analyse interne de nos résultats a montré que l'utilisation d'outils numériques simples ne pose pas de difficultés particulières aux élèves de 8H de Suisse romande.

---

<sup>4</sup> Le choix de ne pas donner de feuille de brouillon aux élèves s'explique par le fait que, pour les besoins de nos analyses, toutes les traces devaient être enregistrées par le support numérique. Par ailleurs, cela aurait rendu la gestion de leur environnement plus complexe (tablette et papier-crayon).

## Le problème *Taxi*

Dans cet article, nous nous intéressons à un problème en particulier, intitulé *Taxi*, lequel a fait l'objet d'une analyse approfondie des données numériques récoltées pour les 1077 élèves l'ayant résolu. Ce problème se présente de la manière suivante :

**TAXI**

Le prix d'une course en taxi comprend :

- la prise en charge de 9 francs;
- 1,50 franc par kilomètre parcouru.

**Quelle distance a parcourue un client qui a payé 42 francs ?**

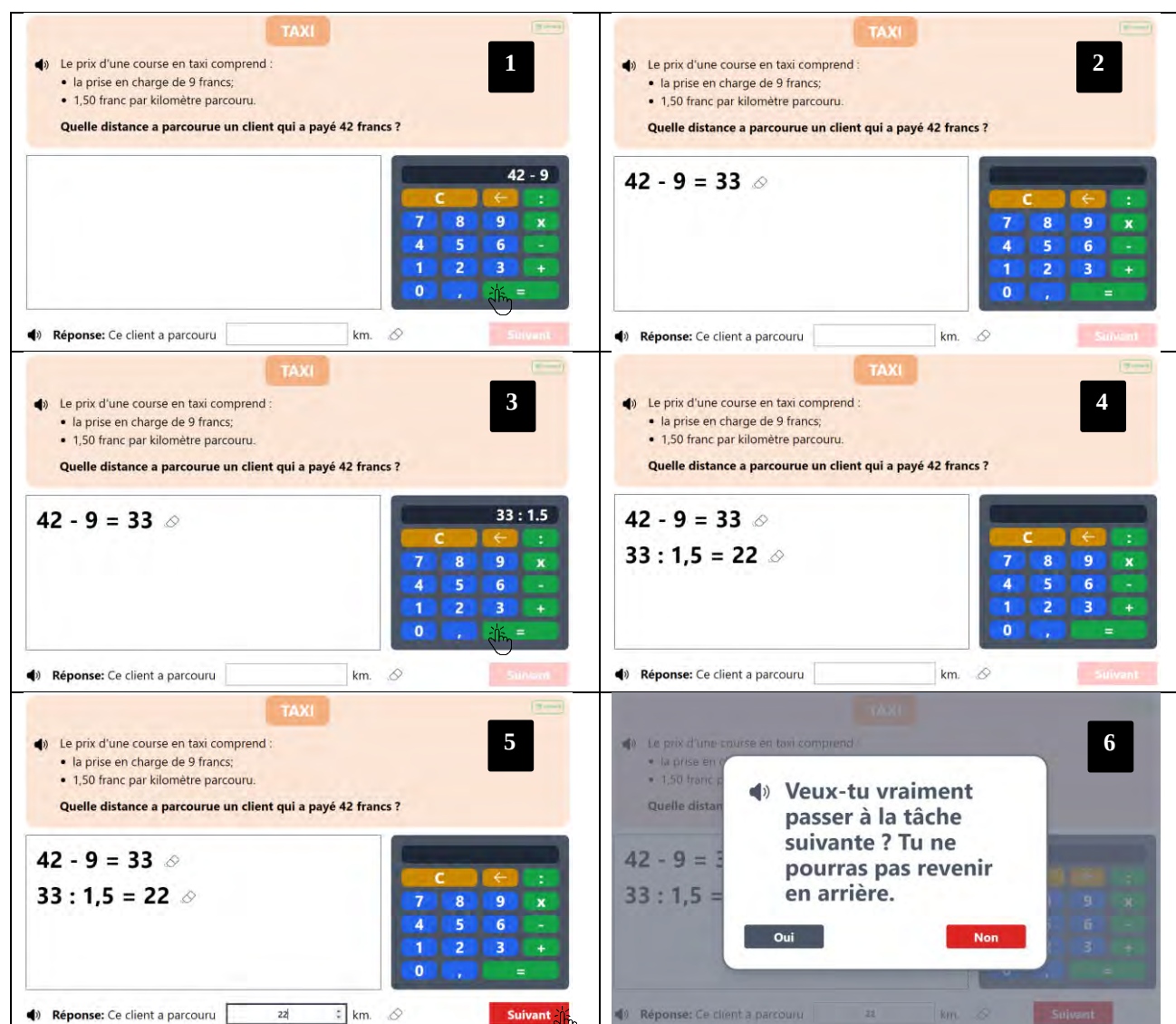
Réponse: Ce client a parcouru  km.

Fig. 1 : Problème *Taxi* soumis aux élèves sur tablette

Ce problème se rattache à l'objectif *MSN23 - Résoudre des problèmes additifs et multiplicatifs* du PER. Il s'agit plus spécifiquement d'une situation pouvant être modélisée par la fonction affine  $f(x) = 1,50x + 9$  où  $x$  correspond au nombre de km parcourus. Cette tâche a été retenue car elle correspond bien à une résolution de problèmes pour des élèves de 8H : *a priori*, sa résolution n'a pas été entraînée spécifiquement (en effet, il ne s'agit pas d'une proportionnalité directe et il est bien plus courant que ce soit le prix à payer pour une distance donnée qui soit recherché) et les élèves ne disposent donc pas d'une procédure automatisée pour le résoudre. Par ailleurs, ce problème nous paraissait tout à fait réalisable sur tablette et se prêter à notre dispositif exploratoire dans la mesure où peu d'étapes sont requises pour pouvoir répondre à la question posée (un résultat intermédiaire ne nécessitant pas, selon nous, une qualification formelle). En outre, bien qu'un schéma en barres ou en ligne soit possible pour représenter la situation, il ne se veut pas indispensable ici dans le processus de résolution du problème.

Pour résoudre ce problème, la fonctionnalité de calculatrice intégrée a été prévue. Si cet outil de calcul permet de soulager l'élève dans la réalisation des opérations (notamment lorsque le diviseur est décimal), quand bien même certaines peuvent être réalisées mentalement, il présente surtout l'avantage de garder trace de l'ensemble des calculs qu'il ou elle a effectués. L'élève a ainsi la possibilité d'inscrire un calcul sur la calculatrice, et en cliquant sur la touche "=", le calcul et son résultat s'affichent dans l'espace de travail à gauche (cf. Fig. 2). À noter que la calculatrice ne permet d'exécuter qu'une seule opération à la fois et n'offre pas la possibilité d'utiliser des parenthèses. Le calcul  $(42-9) : 1,5$  doit ainsi être réalisé en deux étapes, à savoir  $42 : 9 = 33$ , puis  $33 : 1,5 = 22$ . Les calculs s'inscrivent à la suite, dans l'ordre dans lequel ils ont été effectués. L'élève peut également effacer un calcul en cliquant sur la gomme qui apparaît à droite de celui-ci. Une fois arrivé à sa réponse, il ou elle l'inscrit dans la case de la phrase-réponse préédigée.




 Fig. 2: Interaction du support numérique pour le problème *Taxi*

## Analyse des procédures mises en œuvre par les élèves – méthodologie

L'application numérique utilisée lors du test pilote de 2023 a permis de prélever de nombreuses données. Outre la réponse finale, dont la justesse n'était pas le principal élément de notre analyse, l'enregistrement de tous les calculs effectués par les élèves a été rendu possible par l'utilisation de la calculatrice intégrée, permettant de reconstituer leur raisonnement. Les actions "effectuer un calcul" et "effacer un calcul" ont ainsi été enregistrées par l'application, puis traduites sous forme de données brutes, chacune représentant une ligne dans un fichier Excel. À partir de toutes ces actions, il s'agit d'observer si l'élève a reconnu la situation (additive et) multiplicative et d'identifier l'origine des éventuelles difficultés qu'il ou elle a rencontrées. L'analyse des erreurs (identifiables à partir des calculs effectués par l'élève) est ici particulièrement intéressante en termes de "diagnostic" pour identifier les acquis d'apprentissage et/ou les lacunes et, par conséquent, les remédiations nécessaires. Dans cette partie, nous abordons plus en détail la méthodologie utilisée pour traiter et analyser les données, dans le but d'identifier les procédures mises en œuvre par les élèves en vue d'une catégorisation automatisée de ces dernières. Cette analyse s'est réalisée de manière exploratoire, en 3 étapes (cf. Fig. 3) décrites ci-après.

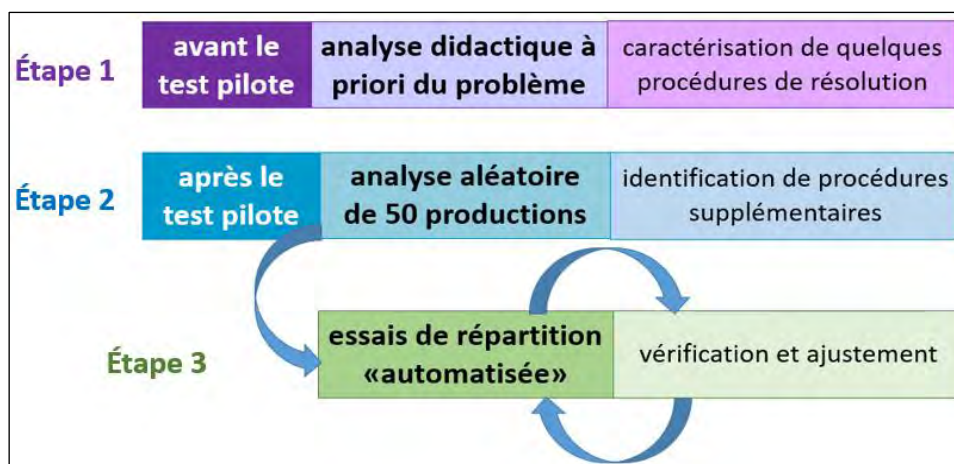


Fig. 3 : Méthodologie suivie pour catégoriser les procédures des élèves à partir de leurs actions (calculs)

### Étape 1 - Analyse *a priori*

Dans un premier temps, l'analyse *a priori* de la tâche a permis de caractériser 6 procédures, synthétisées dans la Fig. 4.

|                                                                      |                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Experte ①</b>                                                     | $42 - 9 = 33$<br>$33 : 1,50 = 22$                                                                                                                                                                        |
| <b>Correcte ②</b><br>Procédure additive                              | $9 + 1,50 = 10,50$<br>$10,50 + 1,50 = 12$<br>$12 + 1,50 = 13,50$<br>...<br>$39 + 1,50 = 40,50$<br>$40,50 + 1,50 = 42$                                                                                    |
| <b>Correcte ③</b><br>Ajustement d'essais successifs                  | $1,50 \times 2 = 3$<br>$9 + 3 = 12$<br>$1,50 \times 6 = 9$<br>$9 + 9 = 18$<br>$1,50 \times 10 = 15$<br>$9 + 15 = 24$<br>$1,50 \times 20 = 30$<br>$9 + 30 = 39$<br>$1,50 \times 22 = 33$<br>$9 + 33 = 42$ |
| <b>Incorrecte ④</b><br>Non considération de la prise en charge       | $42 : 1,50 = 28$                                                                                                                                                                                         |
| <b>Incorrecte ⑤</b><br>Mathématisation erronée de la prise en charge | $9 + 1,50 = 10,50$<br>$42 : 10,50 = 4$                                                                                                                                                                   |
| <b>Incorrecte ⑥</b><br>Mathématisation incorrecte de la situation    | $42 \times 1,50 = 63$                                                                                                                                                                                    |

 Fig. 4 : Procédures caractérisées *a priori*

La procédure experte ① revient à soustraire les frais de prise en charge du montant total ( $42 - 9 = 33$ ) puis à diviser ce résultat par 1,50 ( $33 : 1,50 = 22$ ). Une autre procédure ②, moins directe mais tout aussi valable et sans doute la plus proche de la réalité de la situation consiste à additionner de manière réitérée 1,50 franc aux 9 francs de prise en charge jusqu'à obtenir 42 ( $9 + 1,50 + 1,50 + 1,50 + \dots + 1,50 = 42$ ), puis à dénombrer le nombre de 1,50 franc additionné pour trouver la distance parcourue en kilomètres. Cette recherche peut aussi être réalisée de manière "raccourcie" par ajustement d'essais successifs (procédure ③) en ayant recours à la multiplication, par exemple :

$$\begin{aligned}
 \text{Pour 2 km : } & 1,50 \times 2 = 3 \\
 & 9 + 3 = 12 \\
 \text{Pour 6 km : } & 1,50 \times 6 = 9 \\
 & 9 + 9 = 18 \\
 \text{Pour 10 km : } & 1,50 \times 10 = 15 \\
 & 9 + 15 = 24 \\
 \text{Pour 20 km : } & 1,50 \times 20 = 30 \\
 & 9 + 30 = 39 \\
 \text{Pour 22 km : } & 1,50 \times 22 = 33 \\
 & 9 + 33 = 42
 \end{aligned}$$

Au niveau des procédures incorrectes du point de vue du raisonnement mathématique, nous pouvons par exemple relever l'élève (procédure ④) qui omet de prendre en compte les 9 francs de prise en charge et qui divise le montant total de la course par le cout kilométrique ( $42 : 1,50 = 28$ ), celui ou celle (procédure ⑤) qui ne considère pas la prise en charge de 9 francs comme une constante indépendante de la distance parcourue et effectue le calcul  $42 : (9 + 1,50) = 4$  ou encore l'élève (procédure ⑥) qui multiplie le prix payé par le cout kilométrique ( $42 \times 1,50 = 63$ ).

À ces 6 procédures peuvent venir s'ajouter une ou plusieurs erreurs, à l'image d'erreurs de saisie sur la calculatrice ou de report de la réponse, lesquelles ont forcément un impact sur le résultat donné.

## Étape 2 - Analyse aléatoire de 50 productions d'élèves

Durant cette deuxième phase, une cinquantaine de productions d'élèves, choisies aléatoirement, ont été analysées manuellement, c'est-à-dire que la procédure de résolution a été retracée, étape par étape, sur la base de la séquence de calculs et d'actions renseignés dans le fichier Excel. L'analyse de ces productions a d'une part permis de retrouver les 6 procédures identifiées lors de l'étape 1, et d'autre part de mettre en évidence une grande diversité d'autres procédures et erreurs (de raisonnement ou autres, Verschaffel & De Corte, 2008), parfois surprenantes, qui n'avaient pas été anticipées. À noter que certaines procédures incorrectes cumulent plusieurs erreurs, comme l'omission d'une contrainte de l'énoncé (prise en charge de 9 francs), une mathématisation (CIIP, 2010<sup>5</sup>) erronée (autrement dit une traduction incorrecte de la situation en langage mathématique, à l'image de l'élève qui multiplie le cout kilométrique par le prix payé par le client) ou encore une erreur de saisie sur la calculatrice (l'élève inscrit 150 au lieu de 1,50 franc). Ce travail nous a permis de compléter le panorama des 6 procédures établi lors de l'analyse *a priori* (étape 1), afin qu'il soit aussi exhaustif que possible.

Pour illustrer cette deuxième étape, 12 exemples de procédures fréquemment identifiées dans les productions d'élèves sont présentés dans le tableau de la Fig. 5. Les 6 premiers correspondent aux procédures caractérisées *a priori*, et les suivants à celles nouvellement identifiées. Précisons que tous les exemples de procédures présentés dans cet article proviennent de réelles productions d'élèves.

---

<sup>5</sup> Nous faisons référence ici à la progression des apprentissages du PER, pour l'objectif MSN23 : " Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées, notamment : [...] traduction des données d'un problème en opérations arithmétiques, en utilisant au besoin des parenthèses : additions, soustractions, multiplications et divisions" (CIIP, 2010).

| Exemples de procédures identifiées lors de l'analyse <i>a priori</i>                                          |                                                                                                                           |                                                                                                                                     |                                                                                                                               |                                                                                                                          |                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Experte 1                                                                                                     | Correcte 2                                                                                                                | Correcte 3                                                                                                                          | Incorrecte 4                                                                                                                  | Incorrecte 5                                                                                                             | Incorrecte 6                                                                                                                |
|                                                                                                               | Procédure additive                                                                                                        | Ajustement d'essais successifs                                                                                                      | Non considération de la prise en charge                                                                                       | Mathématisation incorrecte de la prise en charge                                                                         | Mathématisation incorrecte de la situation                                                                                  |
| L'élève calcule le prix payé pour la distance parcourue hors prise en charge, puis le nombre de km parcourus. | L'élève ajoute aux frais de prise en charge le montant à payer pour 1 à 4 km parcourus, jusqu'à arriver au montant donné. | Par ajustement d'essais successifs, l'élève recherche le nombre de km correspondant au montant payé, hors frais de prise en charge. | L'élève divise le montant payé par le cout kilométrique et omet de prendre en compte les frais de prise en charge (9 francs). | L'élève additionne les frais de prise en charge, au cout kilométrique, et divise le montant payé par le résultat obtenu. | L'élève multiplie le prix payé par le cout kilométrique et ne prend pas en compte les frais de prise en charge de 9 francs. |
| 42-9=33                                                                                                       | 9+1,50=10,5                                                                                                               | 1,50*30=45                                                                                                                          | 42/1,50=28                                                                                                                    | 42/1,0=42                                                                                                                | 42/1,5=28                                                                                                                   |
| 33/1,50=22                                                                                                    | 10,5+1,50=12                                                                                                              | <del>1,50*30=45</del>                                                                                                               | <del>42/1,50=28</del>                                                                                                         | <del>42/1,0=42</del>                                                                                                     | 9/1,50=6                                                                                                                    |
| 22                                                                                                            | 12+1,50=13,5                                                                                                              | 1,50*21=31,5                                                                                                                        | 1,50/42=0,035...                                                                                                              | 42/1,50=28                                                                                                               | 6*1,5=9                                                                                                                     |
|                                                                                                               | 13,5+1,50=15                                                                                                              | <del>1,50*21=31,5</del>                                                                                                             | <del>1,50/42=0,035...</del>                                                                                                   | <del>42/1,50=28</del>                                                                                                    | 42*1,5=63                                                                                                                   |
|                                                                                                               | 15+1,50=16,5                                                                                                              | 1,50*25=37,5                                                                                                                        | 42/1,50=28                                                                                                                    | 9+1,50=10,5                                                                                                              | 6                                                                                                                           |
|                                                                                                               | 16,5+1,50=18                                                                                                              | <del>1,50*25=37,5</del>                                                                                                             | 28                                                                                                                            | 42/10,50=4                                                                                                               | 63                                                                                                                          |
|                                                                                                               | 18+3=21                                                                                                                   | 1,50*26=39                                                                                                                          |                                                                                                                               | 4                                                                                                                        |                                                                                                                             |
|                                                                                                               | 21+3=24                                                                                                                   | <del>1,50*26=39</del>                                                                                                               |                                                                                                                               |                                                                                                                          |                                                                                                                             |
|                                                                                                               | 24+6=30                                                                                                                   | 42-9=33                                                                                                                             |                                                                                                                               |                                                                                                                          |                                                                                                                             |
|                                                                                                               | 30+6=36                                                                                                                   | 1,50*20=30                                                                                                                          |                                                                                                                               |                                                                                                                          |                                                                                                                             |
|                                                                                                               | 36+6=42                                                                                                                   | 1,50*21=31,5                                                                                                                        |                                                                                                                               |                                                                                                                          |                                                                                                                             |
|                                                                                                               | 22                                                                                                                        | <del>1,50*21=31,5</del>                                                                                                             |                                                                                                                               |                                                                                                                          |                                                                                                                             |
|                                                                                                               |                                                                                                                           | 1,50*22=33                                                                                                                          |                                                                                                                               |                                                                                                                          |                                                                                                                             |
|                                                                                                               |                                                                                                                           | 22                                                                                                                                  |                                                                                                                               |                                                                                                                          |                                                                                                                             |

| Exemples de procédures supplémentaires identifiées lors de l'analyse des productions                                              |                                                                          |                                                                       |                                                          |                                                                                                                       |                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Incorrecte 7                                                                                                                      | Incorrecte 8                                                             | Incorrecte 9                                                          | Incorrecte 10                                            | Incorrecte 11                                                                                                         | Non catégorisée 12                                                                                                  |
| Mathématisation incorrecte de la prise en charge                                                                                  | Mathématisation incorrecte de la situation                               | Mathématisation incorrecte de la situation                            | Mathématisation incorrecte de la situation               | Mathématisation incorrecte de la situation                                                                            |                                                                                                                     |
| L'élève soustrait les 9 francs de prise en charge au résultat obtenu après avoir divisé le montant payé par le cout kilométrique. | L'élève multiplie les frais de prise en charge par le cout kilométrique. | L'élève divise les frais de prise en charge par le cout kilométrique. | L'élève divise le cout kilométrique par le montant payé. | L'élève soustrait les 9 francs de prise en charge au montant payé, sans diviser le résultat par le cout kilométrique. | L'élève ne parvient vraisemblablement pas à se représenter la situation et effectue des opérations non pertinentes. |
| 42/1,50=28                                                                                                                        | 9*1,50=13,5                                                              | 5/6=0,833...                                                          | 9/1,5=6                                                  | 1,50*1000=1500                                                                                                        | 1,50*9=13,5                                                                                                         |
| 1,50*28=42                                                                                                                        | <del>9*1,50=13,5</del>                                                   | <del>5/6=0,833...</del>                                               | <del>9/1,5=6</del>                                       | <del>1,50*1000=1500</del>                                                                                             | <del>1,50*9=13,5</del>                                                                                              |
| 28                                                                                                                                | 9*1,50=13,5                                                              | 9/1,50=6                                                              | 9+1,50=10,5                                              | 42/1,5=28                                                                                                             | 9*1,50=13,5                                                                                                         |
| 28-9=19                                                                                                                           | 13,5*3=40,5                                                              | 6                                                                     | 1,5/42=0,035                                             | 28*1000=28000                                                                                                         | <del>9*1,50=13,5</del>                                                                                              |
| 19+9=28                                                                                                                           | 40,5+1,50=42                                                             |                                                                       | 0,035                                                    | 42-9=33                                                                                                               | 1,50/9=0,166...                                                                                                     |
| 28*1,50=42                                                                                                                        | 13                                                                       |                                                                       |                                                          | 33                                                                                                                    | <del>1,50/9=0,166...</del>                                                                                          |
| 19                                                                                                                                | 13,5                                                                     |                                                                       |                                                          |                                                                                                                       | 0,166*9=1,494                                                                                                       |
|                                                                                                                                   |                                                                          |                                                                       |                                                          |                                                                                                                       | 1,494                                                                                                               |

Fig. 5 : Exemples de procédures fréquemment retrouvées dans les productions d'élèves du test pilote de 2023. Les nombres en gras correspondent aux réponses validées. Les calculs ou réponses barrés ont été effacés par l'élève.



### Étape 3 – Répartition automatisée des productions dans les catégories de procédures

Cette troisième étape visait à trouver un moyen de répartir automatiquement les procédures mises en œuvre par chacun·e des 1077 élèves, à partir de l'identification des calculs enregistrés dans le fichier Excel. En d'autres termes, il s'agissait de déterminer des indicateurs permettant de relier un ou plusieurs calculs à chacune des procédures.

Bien que nous nous intéressions prioritairement à la procédure mise en œuvre par l'élève, il nous a été nécessaire de partir de la réponse soumise pour faire un premier tri parmi l'ensemble des données récoltées. Ce choix s'explique par le fait que, souvent (mais pas systématiquement), pour ce type de problèmes, la réponse donnée par l'élève correspond à une procédure en particulier. Il s'agissait ensuite de nous intéresser aux calculs ayant permis à l'élève d'arriver à cette réponse pour nous assurer que la procédure correspondait bien à la réponse fournie.

Pour entamer ce travail, nous avons recherché les réponses les plus fréquentes, à savoir celles soumises par au moins 15 élèves (cf. Fig. 6). Sans grande surprise, les deux réponses les plus représentées correspondent à la réponse correcte (22), soumise par 296 élèves, et à celle caractéristique d'une procédure où la prise en charge de 9 francs n'est pas considérée (28), soumise par 343 élèves.

| Réponse enregistrée | Nombre d'élèves |
|---------------------|-----------------|
| 28                  | 343             |
| 22                  | 296             |
| 63                  | 98              |
| 33                  | 37              |
| 4                   | 28              |
| 19                  | 25              |
| 6                   | 22              |
| 37                  | 18              |
| 13,5                | 16              |
| Sous-total          | 883             |
| Autres réponses     | 194             |
| Total               | 1077            |

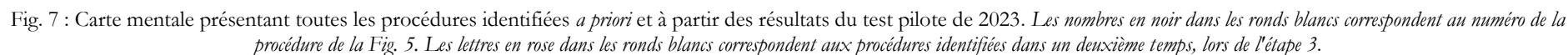
Fig. 6 : Fréquence des réponses soumises par les élèves ayant pris part au test pilote

Pour chacune des 9 réponses possibles présentées dans la Fig. 6, nous avons analysé les successions de calculs effectués par les élèves, afin d'identifier toutes les procédures permettant d'obtenir la réponse concernée. Par exemple, pour la réponse "28", les calculs réalisés par l'élève permettaient de vérifier qu'il ou elle avait bien mis en œuvre la procédure qui consiste à diviser le montant payé par le cout kilométrique (omission de la prise en charge) et pour la réponse "22", les actions de l'élève visaient à différencier le type de procédure mise en œuvre parmi les différentes possibles. Nous avons donc, pour chaque procédure (couplée à une réponse), déterminé des indicateurs à identifier dans les calculs des élèves. Dans la plupart des cas il s'agit de la réponse associée à un ou plusieurs calculs (cf. Annexe 1). Nous avons ensuite vérifié que nos indicateurs permettaient de répartir de manière fiable les productions des élèves dans les catégories procédurales correspondantes. Nous les avons donc mises à l'épreuve avec nos données pour nous assurer d'une part que les productions se retrouvent bien dans la bonne catégorie et d'autre part que celles des élèves ayant mis en œuvre une certaine procédure soient toutes bien associées à la catégorie adéquate. En suivant cette méthode, nous avons constaté que dans certains cas, pour une réponse donnée, les élèves avaient mis en œuvre d'autres procédures que celle(s) attendue(s), et il s'est parfois révélé nécessaire de considérer des indicateurs supplémentaires. Pour la réponse "22" par exemple, nous avons défini l'indicateur "présence du calcul  $33 : 1,5 = 22$ " (le calcul  $42 - 9 = 33$  pouvant être réalisé mentalement), et il s'est avéré que certain·es élèves n'avaient effectué aucun calcul sur la calculatrice. L'indicateur déterminé ne s'appliquait donc pas pour toutes les situations et nous avons dû en ajouter un, à savoir "réponse 22 et aucun calcul" (cf. Annexe 1, exemple A). Nous avons également identifié que la réponse "33" ne découle pas uniquement du calcul  $42 - 9$ . En effet, certain·es élèves procédant par ajustement d'essais successifs

( $1,50 \times ? = 33$ ) arrivent également à ce résultat par erreur de report de la réponse (cf. Annexe 1, exemple C). Il ne s'agit donc pas d'une procédure incorrecte, mais d'une procédure correcte comprenant une erreur.

Nous avons aussi relevé des calculs "inattendus", par exemple des élèves qui multiplient le diviseur et le dividende par 10 ou 100 (certainement selon une méthode apprise en classe pour diviser avec des nombres entiers) et entrent le calcul  $420 : 15$  ou  $4200 : 150$  sur leur calculatrice pour aboutir à la réponse "28" (cf. Annexe 1, exemple E). De manière similaire, pour la réponse "63", nous avons été amenées à compléter nos indicateurs pour prendre en compte les productions comprenant le calcul  $42 \times 15$  ou  $42 \times 150$ , même pour les élèves ayant répondu 630 ou 6300, car le raisonnement reste le même (cf. Annexe 1, exemple F). Au fur et à mesure des révisions, des indicateurs ont ainsi dû être ajoutés pour caractériser de nouvelles procédures.

Cette vérification nous a donc conduites à ajuster ou préciser nos indicateurs, avant de les remettre à l'épreuve de nos données. Ce travail d'ajustement/vérification a été réalisé plusieurs fois, de manière cyclique, et nous a permis d'arriver à un nouveau panorama des procédures mises en œuvre par les élèves, présenté dans la Fig. 7 :



La Fig. 7 permet de se rendre compte de la diversité des procédures, menant à une réponse correcte ou non, que les élèves ont mis en œuvre pour résoudre le problème de proportionnalité des écarts intitulé *Taxi*. Sur un échantillon de plus d'un millier d'élèves romands, une quarantaine de procédures différentes ont pu être répertoriées.

## Résultats et discussion

Une fois l'éventail des procédures mises en œuvre et les indicateurs pour les caractériser stabilisés, nous les avons utilisés pour rattacher, de manière automatisée, chaque production à une catégorie établie. Pour ce faire, l'équipe de statistiques de l'IRDP a agrégé les données sur la base des indicateurs déterminés grâce à l'analyse des productions des élèves. Sur cette base, elle a pu identifier le type de procédures mises en œuvre et déterminer leur fréquence pour la majorité des productions d'élèves. Pour les productions restantes, soit pour les catégories plus fines, les données ont été traitées dans un deuxième temps, manuellement, à l'aide d'Excel, en utilisant des filtres et en croisant les différents indicateurs concernés.

Ce travail a permis d'obtenir automatiquement les fréquences de mise en œuvre de chacune des procédures. Elles sont indiquées en marron clair dans la Fig. 8 (cf. page suivante). Les résultats mettent en avant que 27% des élèves résolvent le problème de manière correcte (secteur vert), 34% ont mis en œuvre diverses procédures incorrectes surtout liées à la représentation du problème (au sens de Julio, 1995)<sup>1</sup> et 39% ont rencontré des difficultés avec le coût de prise en charge (secteur violet). Autrement dit, ces élèves ont soit omis de considérer ces 9 francs (32%), soit elles ou ils les ont mal mathématisés (7%), en en tenant compte de manière erronée dans leur procédure. Ce taux élevé nous amène à nous questionner sur la "qualité contextuelle" du problème. Notre hypothèse est que la situation est peu familière aux élèves suisses âgés de 11 à 12 ans. Rares sont, selon nous, celles et ceux qui ont l'habitude de prendre un taxi, ce qui expliquerait que beaucoup d'élèves n'ont pas réussi à se représenter correctement la situation. L'habillage de ce problème serait donc à revoir et pourrait être recontextualisé comme suit (sans en modifier la structure mathématique) : *Alix a planté un arbre de 150 cm. Il pousse de 30 cm chaque année. Après combien d'années l'arbre mesurera-t-il 420 cm ?*

Relevons toutefois que la catégorisation automatisée des productions des élèves a révélé certaines limites. Nous avons par exemple identifié quelques élèves ayant réalisé successivement plusieurs procédures et les indicateurs répondaient ainsi à plusieurs catégories définies (cf. Fig. 9).

|           |                             |
|-----------|-----------------------------|
| 42-9=33   | Procédure experte ①         |
| 33/1,5=22 |                             |
| 33/1,5=22 | Procédures correctes ② et ③ |
| 1,5*20=30 |                             |
| 1,5+1,5=3 |                             |
| 30+3=33   |                             |
| 20+2=22   |                             |
| 22        |                             |

Fig. 9 : Exemple de production où l'élève met successivement en œuvre plusieurs procédures

Ici, l'élève a commencé par la procédure experte, mais visiblement il ou elle n'était pas sûr·e de sa réponse et a préféré vérifier son résultat avec une procédure correcte, par étapes, plus proche de sa compréhension de la situation. Par ailleurs, 173 productions n'ont pas pu être catégorisées. Il s'agit de réponses avec une fréquence très faible, et dont les actions ne correspondent à aucun indicateur déterminé. C'est par exemple le cas de l'élève qui a réalisé le calcul  $49 : 1,50 = 32,666....$  Ce calcul correspond à la procédure incorrecte ④ (cf. Fig. 5), couplée à une erreur de saisie. Les indicateurs définis ne permettant pas d'identifier de telles

<sup>1</sup> Pour Julio (1995), la représentation d'un problème correspond à l'activité mentale qui permet de traiter les informations à disposition pour leur donner du sens et construire une compréhension de la situation.

procédures, une analyse manuelle de ce genre de productions serait indispensable pour le faire. Ainsi, selon le niveau de finesse souhaité pour l'automatisation du traitement des données, le travail de qualification des indicateurs pourrait être poursuivi plus en détail.



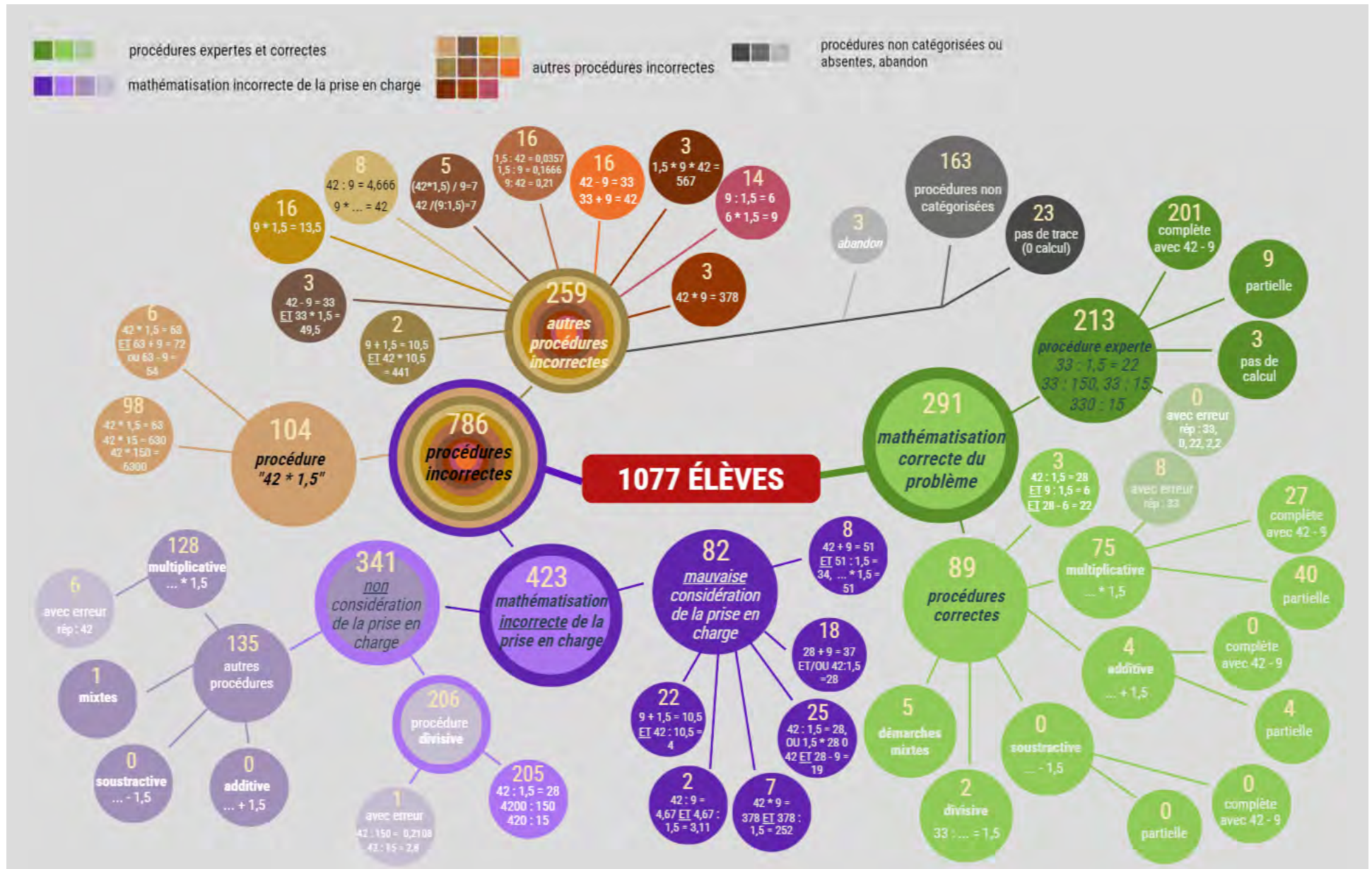


Fig. 8 : Carte mentale présentant les fréquences (en jaune clair) de mise en œuvre de l'ensemble des procédures identifiées *a priori* et à partir des résultats du test pilote de 2023

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'expérimentation menée a montré que l'évaluation de la résolution de problèmes sur support numérique est possible et présente des plus-values par rapport au support papier-crayon, notamment grâce aux outils embarqués (par exemple la calculatrice) qui permettent de recueillir de nombreuses données. Une fois agrégées en variables exploitables, ces données fournissent de multiples informations qui n'auraient probablement pas été révélées sur un support papier-crayon. En effet, en analysant les productions papier-crayon issues du test pilote de 2023, nous avons pu observer que la mise à disposition de la calculatrice augmente de manière importante l'absence de traces dans la procédure mise en œuvre par l'élève. À l'inverse, dans notre expérimentation, sur les 1077 élèves ayant résolu le problème *Taxi*, seuls 26 (soit 2,4%) n'ont réalisé aucun calcul sur la calculatrice intégrée.

Ainsi, la calculatrice intégrée offre une plus-value indéniable en termes de recueil de traces. Celles-ci permettent de distinguer différentes procédures de résolution et d'identifier le raisonnement de l'élève. Comme le relève Coen (2022), le traitement de ces traces numériques peut offrir d'énormes avantages en termes de diagnostic, de rapidité et d'efficacité pédagogique dans des contextes d'apprentissage. D'ailleurs, l'objectif final de l'expérimentation menée vise à pouvoir établir un outil de "diagnostic" de la maîtrise des compétences testées qui soit aussi précis que possible pour chaque élève. Ainsi, la finalité envisagée pour de telles tâches informatisées serait d'exploiter les plus-values du support numérique afin de soutenir l'enseignant·e en termes d'évaluation formative, dans le but qu'il ou elle puisse proposer des remédiations appropriées aux besoins de chacun·e de ses élèves. L'expérimentation et les analyses menées sur le problème *Taxi* montrent qu'il est toutefois difficile d'automatiser entièrement et de manière reproductible le traitement des données pour des tâches considérées comme complexes. En effet, la définition d'indicateurs précis, qui permettent l'agrégation des données brutes en variables servant à évaluer la ou les compétences en jeu, est souvent intrinsèquement liée à la tâche elle-même et ainsi difficilement transférable à d'autres problèmes (Hakem, Sander & Labat, 2005). Le travail nécessaire à l'automatisation du traitement des données est ainsi chronophage, la détermination des indicateurs permettant la catégorisation automatique des procédures devant être réalisée manuellement à partir d'une analyse didactiquement ancrée. L'expérimentation menée a toutefois montré qu'il en vaut la peine.

Cependant, un tel outil ne prétend pas être un système de diagnostic automatisé, remplaçant l'enseignant·e dans son rôle. Il se veut plutôt au service de ce·tte dernier·ère, en lui offrant une assistance à l'évaluation diagnostique des compétences des élèves, dans le but de le ou la soutenir dans cette tâche, afin qu'elle ou il puisse différencier son enseignement selon la procédure mise en œuvre par l'élève et, conséquemment, les connaissances qu'il ou elle a mobilisées (Delozanne, Prévité, Grugeon-Allys & Chenevotot-Quentin, 2010 ; Hakem, Sander & Labat, 2005 ; Stacey, Steinle, Price & Gvozdenko, 2017). Relevons ici que ce support ne peut être proposé aux élèves sans un entraînement préalable en classe. En effet, les élèves doivent y avoir été habitués dans des situations d'enseignement-apprentissage.

Dans la suite de nos travaux, il s'agira de déterminer le niveau de finesse du retour nécessaire au corps enseignant à des fins d'évaluation formative, en d'autres termes de définir quelles informations lui seront utiles pour venir en soutien aux apprentissages de chaque élève. En effet, l'important travail de catégorisation mené permet, de par sa profondeur, un feedback précis qui se veut adapté aux compétences de chaque élève. Nos réflexions actuelles portent ainsi sur la forme et le contenu des informations à transmettre à l'enseignant·e.

## BIBLIOGRAPHIE

- Bessonneau, P., Arzoumanian, P. & Pastor, J.-M. (2015). Une évaluation sous forme numérique est-elle comparable à une évaluation de type « papier-crayon »? *Éducation et formations*, 86-87, 159-180. <https://dx.doi.org/10.48464/ef-86-87-08>
- Blumenthal, S. & Blumenthal, Y. (2020). Tablet or paper and pen? Examining mode effects on german elementary school students' computation skills with curriculum-based measurements. *International Journal of Educational Methodology*, 6, 669-680.
- Coen, P.-F. (2022). Exploiter des traces numériques à l'école. *L'Éducateur*, 9, 5-6.
- Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP). (2010). *Plan d'études romand (PER)*. Neuchâtel : CIIP. <https://www.plandetudes.ch>
- Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP). (2021). *Référentiel de compétences pour la formation initiale et continue des enseignant·es dans le domaine de l'éducation numérique*. Neuchâtel : CIIP, Secrétariat général. <https://per.ciip.ch/api/files/178>
- Delozanne, É., Prévôt, D., Grugeon-Allys, B. & Chenevotot-Quentin, F. (2010). Vers un modèle de diagnostic de compétence, *Techniques et sciences informatiques*, 29(8), 899-938.
- Grapin, N. & Sayac, N. (2022). From paper-pencil to tablet-based assessment: a comparative study at the end of primary school. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi & F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)*, 2-7 February 2022, Bozen-Bolzano, Italy (pp. 3811-3818). Bozen-Bolzano : Free University.
- Greiff, S., Wüstenberg, S. & Avvisati, F. (2015). Computer-generated log-file analyses as a window into students' minds? A showcase study based on the PISA 2012 assessment of problem solving. *Computers & Education* 91, 92-105.
- Jean-Daubias, S. (2002). Un système d'assistance au diagnostic des compétences en algèbre élémentaire. *Sciences et Techniques Educatives*, 9(1-2), 171-199.
- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses Universitaires de Rennes.
- Hakem, K., Sander, E. & Labat, J.-M. (2005). *DLANE (Diagnostic Informatique sur l'Arithmétique au Niveau Élémentaire)*. <https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00005704>
- Marc, V., Wirthner, M. & Uldry, S. (2013). *Développement d'un modèle d'évaluation adapté au PER*. IRDP, Institut de recherche et de documentation pédagogique. <https://www.irdp.ch/data/secure/1184/document/developpement-un-modele-evaluation-adapte-au-per-1184.pdf>
- Monaghan, J., Pool, P., Roper, T. & Threlfall, J. (2009). Open-start mathematics problems: An approach to assessing problem solving. *Teaching Mathematics and Its Application*, 28, 21-31.
- Newell, A. & Simon, H. A. (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall.
- Salles, F., Dos Santos, R. & Kespaik, S. (2020). When didactics meet data science: process data analysis in large-scale mathematics assessment in France. *Large-scale Assessments in Education*, 8, 1-20. <https://doi.org/10.1186/s40536-020-00085-y>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press Inc
- Stacey, K., Steinle, V., Price, B. & Gvozdenko, E. (2017). Specific Mathematics Assessment that Reveal Thinking: an online tool to build teacher's diagnostic competence and support teaching. In T. Leuders, K. Philipp, & J. Leuders (Eds.), *Diagnostic Competence of Mathematics Teachers: Unpacking a Complex Construct in Teacher Education and Teacher Practice* (1st ed., Vol. 11). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2_13)
- Verschaffel, L. & De Corte, E. (2008). *La modélisation et la résolution des problèmes d'application : de l'analyse à l'utilisation efficace*. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Grégoire (Eds.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (p. 153-176). De Boeck Supérieur.
- Wyatt-Smith, C., Lingard, B. & Heck, E. (2019). *Évaluations numériques des apprentissages et les mégadonnées : conséquences sur le professionnalisme des enseignants*. Paris : UNESCO (Recherche et prospective en éducation : réflexions thématiques 25).



ANNEXE 1 : Tableau présentant les critères et indicateurs utilisés pour catégoriser les 12 exemples de procédures illustrées par des productions d'élèves du test pilote de 2023. Les calculs ou réponses barrés ont été effacés par l'élève. Les nouvelles procédures et/ou les nouveaux indicateurs, identifiés dans un deuxième temps au cours du travail de vérification/ajustement (étape 3), sont mis en évidence par la couleur rouge et le fond gris. Les numéros (1-12) et les lettres (A-I) associés aux procédures font référence à la figure 7.

| Procédure                               | Critères                                                                                                                                         | Indicateurs                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                         |                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Experte 1</b>                        | Réponse                                                                                                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse = 22</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|                                         | Calcul du prix payé hors prise en charge pour la distance parcourue (facultatif)                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>Calcul : <math>42 - 9 = 33</math></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                       |
|                                         | Calcul du nombre de kilomètres parcourus                                                                                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>Calcul : <math>33 : 1,5 = 22</math></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                         | Efficacité de la procédure (facultatif)                                                                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>Peu ou pas de calculs supplémentaires</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                   |
|                                         | Exemple - 4 indicateurs                                                                                                                          | 1) $42 - 9 = 33$<br>2) $33 : 1,5 = 22$<br>3) 22<br>4) 0 calcul supplémentaire                                                                                                                                                                                                                                                             |
|                                         | Exemple - 3 indicateurs                                                                                                                          | $1,5 \times 3 = 4,5$<br><del><math>1,5 \times 3 = 4,5</math></del><br>$1,5 \times 8 = 12$<br><del><math>1,5 \times 8 = 12</math></del><br>$1,5 \times 19 = 28,5$<br><del><math>1,5 \times 19 = 28,5</math></del><br>$1,5 \times 30 = 45$<br><del><math>1,5 \times 30 = 45</math></del><br>1) $42 - 9 = 33$<br>2) $33 / 1,5 = 22$<br>3) 22 |
|                                         | Exemple - 3 indicateurs                                                                                                                          | $32 / 1,5 = 21,333...$<br><del><math>32 / 1,5 = 21,333...</math></del><br>1) $33 / 1,5 = 22$<br>2) 22<br>3) 1 seul calcul supplémentaire                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Correcte 2</b><br>Procédure additive | Exemple identifié après révision (1 indicateur, mais procédure experte) <b>A</b>                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>22</li> </ul> <div>Indicateur supplémentaire</div> <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse=22 et 0 calcul</li> </ul>                                                                                                                                                                        |
|                                         | Réponse                                                                                                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse = 22</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|                                         | Calcul du prix total pour différentes distances, par ajustement d'essais successifs : additionner de manière répétée 1,50 à 9 jusqu'à obtenir 42 | <ul style="list-style-type: none"> <li>minimum 2 additions de type ... + 1,50</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                                         | Exemple (2 indicateurs)                                                                                                                          | 1) $9 + 1,50 = 10,5$<br>$10,5 + 1,50 = 12$<br>$12 + 1,50 = 13,5$<br>$13,5 + 1,50 = 15$<br>$15 + 1,50 = 16,5$<br>$16,5 + 1,50 = 18$<br>$18 + 3 = 21$<br>$21 + 3 = 24$<br>$24 + 6 = 30$<br>$30 + 6 = 36$<br>$36 + 6 = 42$<br>2) 22                                                                                                          |
|                                         | Exemple identifié après révision (1 indicateur, mais procédure correcte ②) <b>B</b>                                                              | $9 + 6 = 15$<br>$12 + 12 = 24$<br>$15 + 24 = 39$<br>$39 + 3 = 42$<br>1) 22                                                                                                                                                                                                                                                                |
|                                         |                                                                                                                                                  | <div>Indicateurs supplémentaires</div> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ 3, ou + 6, ou + 12</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                             |

|                                         | Procédure                                                                                        | Critères                                                                                                                       | Indicateurs                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| RÉPONSE = 22                            | Correcte 3<br>Multiplications successives                                                        | Réponse                                                                                                                        | <ul style="list-style-type: none"><li>Réponse = 22</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                |
|                                         |                                                                                                  | Calcul du prix payé hors prise en charge pour la distance parcourue (facultatif)                                               | <ul style="list-style-type: none"><li>Calcul : <math>42 - 9 = 33</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                           |
|                                         |                                                                                                  | Calcul du prix total pour différentes distances, par ajustement d'essais successifs : multiplier différentes distances par 1,5 | <ul style="list-style-type: none"><li>minimum 2 multiplications de type ... * 1,50</li></ul>                                                                                                                                                                                                |
|                                         |                                                                                                  | Exemple – 3 indicateurs                                                                                                        | 1) $42-9=33$<br>2) $1,50*12=18$<br>$1,50*20=30$<br>$1,50*32=48$<br>$1,50*22=33$<br>3) 22                                                                                                                                                                                                    |
|                                         |                                                                                                  | Exemple – 2 indicateurs                                                                                                        | 1) $1,50*15=22,5$<br>$1,50*20=30$<br>2) 22                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                                         |                                                                                                  | Exemple identifié après révision (1 indicateur, mais procédure correcte ③, malgré l'erreur de report de réponse) C             | 1) $1,50*20=30$<br>$1,50*35=52,5$<br><del><math>1,50*35=52,5</math></del><br>$1,50*32=48$<br><del><math>1,50*32=48</math></del><br>$1,50*31=46,5$<br><del><math>1,50*31=46,5</math></del><br>$1,50*25=37,5$<br><del><math>1,50*25=37,5</math></del><br>$1,50*21=31,5$<br>$1,50*22=33$<br>33 |
| Correcte D<br>Identifiée après révision | Réponse                                                                                          | <ul style="list-style-type: none"><li>Réponse = 22</li></ul>                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|                                         | Division du prix payé par le cout kilométrique                                                   | <ul style="list-style-type: none"><li><math>42/1,5=28</math></li></ul>                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|                                         | Division des frais de prise en charge par le cout kilométrique                                   | <ul style="list-style-type: none"><li><math>9/1,5=6</math></li></ul>                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|                                         | Soustraction du premier résultat obtenu par le second                                            | <ul style="list-style-type: none"><li><math>28-6=22</math></li></ul>                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|                                         | Exemple – 4 indicateurs                                                                          | $1,50*42=63$<br>1) $42/1,5=28$<br>2) $9/1,5=6$<br>3) $28-6=22$                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| RÉPONSE = 28                            | Incorrecte 4<br>Non prise en compte d'une contrainte, mais mobilisation "experte" de la division | Réponse                                                                                                                        | <ul style="list-style-type: none"><li>Réponse = 28</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                |
|                                         |                                                                                                  | Calcul du nombre de km parcourus, sans tenir compte de la prise en charge                                                      | <ul style="list-style-type: none"><li>Calcul : <math>42 / 1,5 = 28</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                         |
|                                         |                                                                                                  | Exemple – 2 indicateurs                                                                                                        | 1) $42/1,50=28$<br>2) 28                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                                         |                                                                                                  | Exemple identifié après révision (1 indicateur, mais procédure incorrecte ④) E                                                 | $4200/150=28$<br>1) 28                                                                                                                                                                                                                                                                      |



|                    | Procédure                                                               | Critères                                                                                                                                                      | Indicateurs                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| RÉPONSE = 4        | <b>Incorrecte 5</b><br>Mathématisation incorrecte de la prise en charge | Réponse                                                                                                                                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse = 4</li> </ul>                                                                                                                                                                         |
|                    |                                                                         | Addition de la prise en charge au coût par km<br>Calcul du nombre de km parcourus                                                                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>Calcul : <math>9 + 1,5 = 10,5</math></li> <li>Calcul : <math>42 / 10,5 = 4</math></li> </ul>                                                                                                   |
| RÉPONSE = 63       | <b>Incorrecte 6</b><br>Mauvaise mathématisation de la situation         | Exemple – 3 indicateurs                                                                                                                                       | $42/1,0=42$<br><del><math>42/1,0=42</math></del><br>$42/1,50=28$<br><del><math>42/1,50=28</math></del><br>1) $9+1,50=10,5$<br>2) $42/10,50=4$<br>3) 4                                                                                 |
|                    |                                                                         | Réponse                                                                                                                                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse = 63</li> </ul>                                                                                                                                                                        |
|                    |                                                                         | Multiplication du prix payé par le prix kilométrique, sans considérer la prise en charge de 9 francs<br>Exemple – 2 indicateurs                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>Calcul : <math>42 * 1,5 = 63</math></li> </ul> $9*1,50=13,5$<br><del><math>9*1,50=13,5</math></del><br>$9*1,50=13,5$<br>1) $42*1,50=63$<br>2) 63                                               |
| RÉPONSES = 19 / 37 | <b>Incorrecte 7</b><br>Mathématisation incorrecte de la prise en charge | Exemple identifié après révision (0 indicateur, mais procédure incorrecte ⑥)                                                                                  | $42*150=6300$<br>6300<br><b>Indicateurs supplémentaires</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse 630 ou 6300</li> <li><math>42*15=630</math> ou <math>42*150=6300</math></li> </ul>                                         |
|                    |                                                                         | Réponse                                                                                                                                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse = 19</li> </ul>                                                                                                                                                                        |
|                    |                                                                         | Calcul du nombre de km parcourus, sans tenir compte de la prise en charge<br>Soustraction de la prise en charge de 9 francs au nombre de kilomètres parcourus | <ul style="list-style-type: none"> <li>Calcul : <math>42 / 1,5 = 28</math></li> <li>Calcul : <math>28 - 9 = 19</math></li> </ul>                                                                                                      |
|                    |                                                                         | Exemple – 3 indicateurs                                                                                                                                       | 1) $42/1,50=28$<br>$28+9=37$<br><del><math>28+9=37</math></del><br>2) $28-9=19$<br>3) 19                                                                                                                                              |
|                    | <b>Incorrecte G</b><br>Mathématisation incorrecte de la prise en charge | Réponse                                                                                                                                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse = 37</li> </ul>                                                                                                                                                                        |
|                    |                                                                         | Calcul du nombre de km parcourus, sans tenir compte de la prise en charge<br>Addition de la prise en charge de 9 francs au nombre de kilomètres parcourus     | <ul style="list-style-type: none"> <li>Calcul : <math>42 / 1,5 = 28</math></li> <li>Calcul : <math>28 + 9 = 37</math></li> </ul>                                                                                                      |
|                    |                                                                         | Exemple – 3 indicateurs                                                                                                                                       | 1) $42/1,50=28$<br>$28/9=3,111...$<br><del><math>28/9=3,111...</math></del><br>2) $28+9=37$<br>3) 37<br><b>Indicateurs supplémentaires</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse 37</li> <li><math>28+9=37</math></li> </ul> |

| RÉPONSE = 13,5    | Procédure                                                          | Critères                                                                                                                                                                               | Indicateurs                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                   | <b>Incorrecte 8</b><br>Mathématisation incorrecte de la situation  | Réponse<br>-----<br>Mutiplication des frais de prise en charge par le cout kilométrique.<br><br>Exemple – 2 indicateurs                                                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse = 13,5</li> <li>Calcul : <math>9 \times 1,5 = 13,5</math></li> </ul><br>1) $9 \times 1,50 = 13,5$<br><del><math>9 \times 1,50 = 13,5</math></del><br>$9 \times 1,50 = 13,5$<br><del>13,3</del><br>2) 13,5                                            |
| RÉPONSE = 6       | <b>Incorrecte 9</b><br>Mathématisation incorrecte de la situation  | Réponse<br>-----<br>Division des frais de prise en charge par le cout kilométrique, sans tenir compte du cout total de la course.                                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse = 6</li> <li>Calcul : <math>9 / 1,5 = 6</math></li> </ul>                                                                                                                                                                                            |
|                   |                                                                    | Exemple – 2 indicateurs                                                                                                                                                                | $1,50 \times 4 = 6$<br><del><math>1,50 \times 4 = 6</math></del><br>$1,50 \times 2 = 3$<br>$3 \times 3 = 9$<br><del><math>1,50 \times 2 = 3</math></del><br><del><math>3 \times 3 = 9</math></del><br>1) $9 / 1,50 = 6$<br>$1,50 \times 6 = 9$<br><del><math>1,50 \times 6 = 9</math></del><br>2) 6 |
|                   |                                                                    | Exemple identifié après révision (1 indicateur, mais procédure incorrecte ⑨) <b>H</b>                                                                                                  | $9 \times 4 = 36$<br><del><math>9 \times 4 = 36</math></del><br>$9 \times 5 = 45$<br><del><math>9 \times 5 = 45</math></del><br>$1,50 \times 6 = 9$<br>1) 6<br><b>Indicateur supplémentaire</b><br><ul style="list-style-type: none"> <li><math>1,50 \times 6 = 9</math></li> </ul>                 |
| DIVERSES RÉPONSES | <b>Incorrecte 10</b><br>Mathématisation incorrecte de la situation | Réponse<br>-----<br>Division du cout kilométrique par le montant payé / division du cout kilométrique par la prise en charge / division de la prise en charge par le cout kilométrique | <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse = 0,0357 / 0,1666... / 0,21</li> <li>Calcul : <math>9 / 42 = 0,0357</math> ou<br/>Calcul : <math>1,50 / 9 = 0,1666...</math> ou<br/>Calcul : <math>9 : 42 = 0,21</math></li> </ul>                                                                   |
|                   |                                                                    | Exemple – 2 indicateurs                                                                                                                                                                | $9 / 1,50 = 6$<br><del><math>9 / 1,50 = 6</math></del><br>$9 + 1,50 = 10,50$<br>1) $1,50 / 42 = 0,0357$<br>2) 0,0357                                                                                                                                                                                |
| RÉPONSE = 33      | <b>Incorrecte 11</b><br>Mathématisation incorrecte de la situation | Réponse<br>-----<br>Soustraction des 9 francs de prise en marche au montant payé, sans prendre en compte le cout kilométrique                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>Réponse = 33</li> <li>Calcul <math>42 - 9 = 33</math></li> </ul>                                                                                                                                                                                             |
|                   |                                                                    | Exemple – 2 indicateurs                                                                                                                                                                | $1,50 \times 1000 = 1500$<br><del><math>1,50 \times 1000 = 1500</math></del><br>$42 / 1,5 = 28$<br>$28 \times 1000 = 28000$<br>1) $42 - 9 = 33$<br>2) 33                                                                                                                                            |
|                   |                                                                    | Exemple identifié après révision (1 seul indicateur, mais procédure incorrecte ⑪) <b>I</b>                                                                                             | $9 + 33 = 42$<br>1) 33<br><b>Indicateur supplémentaire</b><br><ul style="list-style-type: none"> <li><math>9 + 33 = 42</math></li> </ul>                                                                                                                                                            |

| DIVERSES RÉPONSES | Procédure           | Critères        | Indicateurs                                                         |
|-------------------|---------------------|-----------------|---------------------------------------------------------------------|
|                   | Non catégorisées 12 | Pas de critères | <ul style="list-style-type: none"> <li>Pas d'indicateurs</li> </ul> |